



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA



Plan de estudios 1996

Programa						
Matemáticas V						
Clave 1500	Semestre / Año 5º	Créditos 20	Área			
			Campo de conocimiento	Matemáticas		
			Etapas	Profundización		
Modalidad	Curso (X) Taller () Lab. () Sem. ()		Tipo	T (X) P () T/P ()		
Carácter	Obligatorio (X)		Horas			
	Optativo ()					
	Obligatorio de elección ()					
	Optativo de elección ()					
			Semana		Semestre / Año	
			Teóricas	5	Teóricas	150
			Prácticas	0	Prácticas	0
			Total	5	Total	150

Seriación	
Ninguna ()	
Obligatoria (X)	
Asignatura antecedente	Matemáticas IV
Asignatura subsecuente	Matemáticas VI (áreas I, II, III, IV) Temas selectos de Matemáticas Estadística y probabilidad
Indicativa ()	
Asignatura antecedente	
Asignatura subsecuente	

Aprobado por el H. Consejo Técnico el 17 de mayo de 2017.

I. Presentación

Una de las tareas más importantes de la educación del siglo XXI es atender el desarrollo de las habilidades de pensamiento de los estudiantes para promover un cambio intelectual acorde con su edad, intereses, y con las demandas de la sociedad del conocimiento en que se encuentran inmersos. Es por ello que el propósito que orienta el programa de Matemáticas V es impulsar la realización de procesos como la visualización, la abstracción, la generalización, el análisis, la síntesis y la argumentación, a través del estudio de problemas que promuevan el planteamiento y análisis de modelos geométricos, analíticos y estadísticos.

En concordancia con el enfoque de Matemáticas IV, este programa considera la resolución de problemas y la modelación matemática (desde la concepción de la matemática educativa) como procesos integradores: ofrece la oportunidad de que los estudiantes visualicen representaciones geométricas para conjeturar, analizar y desarrollar un lenguaje para comunicar sus resultados; conozcan nuevas herramientas para describir los objetos matemáticos vinculando su representación algebraica con la representación geométrica; reconozcan la relación de dependencia entre variables involucradas en fenómenos naturales o sociales; y obtengan y procesen información por experimentación o consultando diversos medios -apoyados en el uso de recursos tecnológicos digitales cuando sea pertinente- e interpreten los resultados obtenidos para realizar pronósticos, tomar decisiones o asumir posturas personales que puedan argumentar.

Los campos de las matemáticas que dan contexto al desarrollo de los procesos de pensamiento antes enunciados son la geometría, el estudio de las funciones y la estadística, directamente vinculados con tres actividades matemáticas esenciales: medir, comparar y contar.

El pensamiento geométrico ofrece la posibilidad de realizar procesos de visualización (para la exploración de una situación compleja o una apreciación en su conjunto, o bien como medio de comprensión de un problema), de construcción de modelos (a través del uso de diversas herramientas, entre ellas las simbólicas gráficas y las simbólicas algebraicas), de razonamiento (al plantear conjeturas), de generalización y de argumentación (al presentar una prueba o demostración), transitando además entre la representación matemática y el lenguaje natural.

El pensamiento variacional promueve procesos de observación de un fenómeno para identificar lo que cambia y lo que permanece constante, así como los patrones que se repiten; procesos de abstracción para proponer modelos simbólicos (verbales, gráficos, algebraicos, tabulares), que reproduzcan la situación a partir de la interacción entre las variables; y procesos de análisis para probar, contrastar resultados, y analizar el efecto de la modificación de las condiciones originales.

El pensamiento estadístico permite el desarrollo de las capacidades para procesar, interpretar, evaluar y comunicar críticamente la información proveniente de diversos contextos en gráficos, tablas o afirmaciones.

En cuanto a la forma de abordar los contenidos, el programa está planteado con una orientación gráfica que favorece la construcción de los conceptos y la comprensión de los contenidos, al apoyarse en un acercamiento visual previo al tratamiento analítico. El uso de recursos tecnológicos digitales es, en este sentido, un apoyo invaluable. Por otra parte, si bien hay contenidos que han sido abordados en los niveles educativos previos, es importante señalar que, para este curso, deberán presentarse en concordancia con las características cognitivas de los estudiantes del bachillerato, de manera que constituyan nuevos retos y les permitan profundizar en su formación matemática.

Por otra parte, es importante señalar que el programa de Matemáticas V ofrece la posibilidad de que los estudiantes valoren el desarrollo histórico de la disciplina y la extraordinaria creación del intelecto humano en conjunto. El papel de los griegos en la primera organización formal del conocimiento matemático, la extraordinaria aportación que constituye la geometría analítica y el papel esencial que juega la estadística en el estudio de fenómenos científicos, son sólo algunas referencias que pueden enriquecer la visión de los alumnos acerca de la dinámica de las matemáticas.

Las cinco unidades que integran el programa son: *Pensamiento geométrico para visualizar y argumentar, Álgebra para analizar los objetos geométricos, Funciones para modelar la relación entre variables, Estadística para interpretar grandes cantidades de datos y Tema optativo.*

En la primera unidad, se aborda el pensamiento geométrico fuera de un sistema de referencia, en tanto que en la segunda unidad se plantean los fundamentos de la geometría analítica en el plano cartesiano, para representar y analizar algebraicamente las formas geométricas. La tercera unidad contempla el estudio de funciones reales de variable real, contextualizadas en situaciones auténticas, para identificar el tipo de comportamiento de un fenómeno y relacionarlo con un modelo que pueda representarlo adecuadamente, con base en características como su periodicidad, razón de cambio, crecimiento o decrecimiento, tendencia asintótica, entre otras. La cuarta unidad está dedicada a la modelación de situaciones que tienen que ver con el procesamiento de grandes cantidades de datos, así como al análisis crítico de información estadística proveniente de diversos medios.

Finalmente, la quinta unidad es un espacio que otorga libertad al docente para elegir uno de los temas, que le permita compartir con los jóvenes su visión de las matemáticas y su motivación para estudiarlas, desde la perspectiva de su formación profesional. Será su decisión el momento del curso en que considera pertinente abordarlo.

II. Objetivo general

El alumno desarrollará habilidades de pensamiento a través de la visualización, el análisis, la síntesis y la abstracción de situaciones que presenten diferentes relaciones de dependencia y que puedan ser modeladas dentro o fuera de un sistema de referencia. Además, desarrollará una formación estadística básica para interpretar y evaluar información procedente de diversas fuentes de información, y para describir el comportamiento de un fenómeno a partir del procesamiento, modelación y análisis de grandes cantidades de datos, utilizando herramientas digitales para la visualización y el análisis de las situaciones que lo ameriten. Todo lo anterior con el fin de que plantee preguntas, discuta ideas, verifique conjeturas, argumente procedimientos e interprete resultados y tome decisiones fundamentadas en un razonamiento matemático.

III. Unidades y número de horas

Unidad 1. Pensamiento geométrico para visualizar y argumentar

Número de horas: 30

Unidad 2. Álgebra para analizar los objetos geométricos

Número de horas: 25

Unidad 3. Funciones para modelar la relación entre variables

Número de horas: 50

Unidad 4. Estadística para interpretar grandes cantidades de datos

Número de horas: 25

Unidad 5. Tema optativo

Número de horas: 20

IV. Descripción por unidad

Unidad 1. Pensamiento geométrico para visualizar y argumentar

Objetivo específico

El alumno:

- Desarrollará habilidades de pensamiento geométrico por medio del análisis y la resolución de problemas fuera de un sistema de referencia, para plantear, explorar, validar y fundamentar conjeturas, así como para valorar el desarrollo del pensamiento matemático y su relación con la cultura.

Contenidos conceptuales

- 1.1. Los elementos geométricos
 - a) Los objetos geométricos básicos: el punto, el segmento, la recta y el ángulo
- 1.2. Congruencia
 - a) Segmentos proporcionales
 - b) El teorema de Tales y la semejanza
- 1.3. El círculo y el número π
 - a) El problema histórico del cálculo del perímetro y el área del círculo
 - b) La medida de los ángulos en diferentes sistemas (grados sexagesimales, grados centesimales y radianes)
 - c) Rectas y segmentos notables
 - d) Ángulos y segmentos de arco
 - e) Sectores
- 1.4. El triángulo y su geometría
 - a) Sus puntos y rectas notables
 - b) El teorema de Pitágoras
 - c) Razones trigonométricas directas e inversas
 - d) Identidades pitagóricas, recíprocas y de cociente
 - e) Leyes de senos y cosenos
- 1.5. Secciones cónicas

Contenidos procedimentales

- 1.6. Construcciones con regla y compás de la media proporcional, de algunos números irracionales y de la sección áurea de un segmento
- 1.7. Resolución de problemas que permitan plantear hipótesis y validar conjeturas a partir de:
 - a) las propiedades de congruencia y semejanza
 - b) las propiedades del círculo
 - c) los puntos y rectas notables de los triángulos
 - d) el cálculo de áreas y perímetros
- 1.8. Uso de la tecnología como recurso para comparar e identificar propiedades invariantes en construcciones geométricas
- 1.9. Conversión de medidas de ángulos en diferentes unidades
- 1.10. Contraste entre una prueba y una demostración del teorema de Pitágoras
- 1.11. Deducción de las identidades pitagóricas, recíprocas y de cociente
- 1.12. Resolución de problemas trigonométricos que involucren:
 - a) la determinación de distancias y ángulos
 - b) el cálculo de áreas y perímetros
- 1.13. Trazo de las curvas cónicas con doblado de papel o con regla y compás, para identificar sus elementos

Contenidos actitudinales

- 1.14. Valoración de la importancia de explicar o justificar conjeturas
- 1.15. Valoración del papel de la demostración para las matemáticas
- 1.16. Apreciación de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración de los objetos geométricos
- 1.17. Valoración de la geometría como la primera manifestación formal de la matemática, organizada en elementos básicos (axiomas) necesarios para deducir nuevas proposiciones (lemas, teoremas y corolarios) y construir nuevo conocimiento

Unidad 2. Álgebra para analizar los objetos geométricos

Objetivos específicos

El alumno:

- Desarrollará habilidades de visualización, representación, generalización y razonamiento al resolver problemas de la geometría euclidiana mediante la introducción de un sistema de referencia cartesiano y el correspondiente tratamiento algebraico, con el fin de modelar fenómenos y analizar situaciones que puedan representarse gráfica y analíticamente.
- Analizará la ecuación de segundo grado, a través del uso de herramientas tecnológicas, para vincularla con las curvas cónicas.

Contenidos conceptuales

- 2.1. Conceptos básicos de la geometría cartesiana
 - a) Coordenadas de un punto
 - b) Distancia entre dos puntos
 - c) Punto que divide a un segmento en una razón dada
 - d) Ángulo de inclinación y pendiente de una recta
 - e) Ángulo entre dos rectas. Condiciones de paralelismo y perpendicularidad
 - f) Lugar geométrico
 - g) Ecuación de la recta: 1. Forma punto pendiente, 2. Forma pendiente y ordenada al origen, 3. Forma general
- 2.2. Ecuación general de segundo grado con dos variables como representación de una curva cónica

Contenidos procedimentales

- 2.3. Cálculo del ángulo de inclinación y la pendiente de una recta
- 2.4. Obtención del ángulo entre dos rectas a partir de sus pendientes
- 2.5. Aplicación de las herramientas de la geometría analítica para resolver problemas de la geometría euclidiana:
 - a) Coordenadas del punto que divide a segmento en una razón dada
 - b) Perímetros, áreas y ángulos de polígonos
- 2.6. Representación gráfica y algebraica de rectas a partir de situaciones contextualizadas
- 2.7. Identificación del tipo de cónica que representa una ecuación de segundo grado con dos variables a partir de su indicador
- 2.8. Uso de la tecnología digital para visualizar los cambios en la gráfica de la ecuación general de segundo grado con dos variables al variar sus coeficientes

Contenidos actitudinales

- 2.9. Reconocimiento de la geometría analítica como un desarrollo matemático que vincula el álgebra con la geometría y amplía las posibilidades de estudio de los objetos matemáticos
- 2.10. Reconocimiento de la relevancia del uso de un sistema de referencia para la solución de problemas y para el desarrollo de recursos digitales gráficos
- 2.11. Valoración de la tecnología como herramienta de análisis para la visualización de objetos geométricos y sus representaciones algebraicas

Unidad 3. Funciones para modelar la relación entre variables

Objetivo específico

El alumno:

Desarrollará habilidades de visualización, representación, abstracción y generalización para identificar y analizar situaciones o fenómenos demográficos, económicos, físicos, químicos o biológicos que puedan modelarse, a través de funciones polinomiales, trigonométricas, exponenciales o logarítmicas.

Contenidos conceptuales

- 3.1. Concepto de función real de variable real
- 3.2. Variables independiente y dependiente
- 3.3. Dominio, codominio, recorrido y regla de correspondencia
- 3.4. Función polinomial
 - a) Función de primer grado $f(x) = mx + b$
 - b) Función de segundo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$
 - c) Función de grado mayor que dos $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$
 - d) Teorema del residuo y teorema del factor
- 3.5. Funciones trigonométricas (seno, coseno y tangente de un ángulo)
- 3.6. Función exponencial
- 3.7. Logaritmos. Definición y propiedades
- 3.8. Función logarítmica

Contenidos procedimentales

- 3.9. Descripción de la relación funcional de situaciones que involucren dos variables, utilizando la notación de funciones
- 3.10. Obtención del valor de una función a partir de su gráfica, tabla de valores o su regla de correspondencia
- 3.11. Identificación de una función a partir de su gráfica

- 3.12. Análisis de la gráfica de función para identificar el dominio, el recorrido, las intersecciones con los ejes, la simetría y los intervalos de crecimiento/decrecimiento/comportamiento constante
- 3.13. Identificación de fenómenos que se modelan mediante una función polinomial, con énfasis en los fenómenos con razón de cambio constante.
- 3.14. Elaboración de gráficas de funciones polinomiales al variar los parámetros de sus respectivas reglas de correspondencia:
- función de primer grado $f(x) = mx + b$
 - función de segundo grado en las formas $f(x) = ax^2 + bx + c$,
 $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ y $f(x) = d(x - h)^2 + k$, con
 $a \neq 0, d \neq 0, x_1, x_2 \in \mathbb{R}$
 - función de tercer grado en las formas
 $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ y $f(x) = d(x - h)^3 + k$, con
 $a \neq 0, d \neq 0$
- 3.15. Construcción de gráficas de funciones polinomiales aplicando el teorema del residuo y el teorema del factor para obtener las intersecciones con el eje X, si las hubiera
- 3.16. Identificación de fenómenos de comportamiento periódico que se modelan mediante una función trigonométrica
- 3.17. Obtención de las gráficas de las funciones $f(x) = \text{sen } x$, $f(x) = \text{cos } x$ y $f(x) = \text{tan } x$ utilizando el círculo trigonométrico. Determinación gráfica del dominio, recorrido, periodo, amplitud, frecuencia, simetría y en su caso, asíntotas
- 3.18. Exploración, mediante el uso de recursos digitales, del comportamiento de la gráfica al variar los parámetros de las funciones:
- $f(x) = a \text{sen}(bx + c) + d$,
 - $f(x) = a \text{cos}(bx + c) + d$
 - $f(x) = a \text{tan}(bx + c) + d$
- 3.19. Identificación de fenómenos que presenten un crecimiento o decaimiento con razón de cambio proporcional a una condición inicial, que puedan modelarse con una función exponencial o logarítmica
- 3.20. Obtención de gráficas, usando escalas lineal, semilogarítmica y logarítmica, de:
- funciones exponenciales de la forma $f(x) = a^x$ $0 < a < 1$ ó $a > 1$
 - funciones logarítmicas de la forma $f(x) = \log_a x$ $0 < a < 1$ ó $a > 1$
- 3.21. Descripción de gráficas de funciones exponenciales y logarítmicas que corresponden a fenómenos reales, identificando el dominio, recorrido, intersecciones con los ejes y asíntotas

- 3.22. Resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas
- 3.23. Modelación de situaciones o fenómenos que requieren el planteamiento de funciones. Interpretación y validación de sus resultados en el contexto
- 3.24. Investigación de un fenómeno para recabar datos, generar una gráfica, elegir el tipo de función que mejor lo describa y proponer la regla de correspondencia que lo modele
- 3.25. Interpretación de gráficas de funciones que modelan fenómenos reales en diversos contextos

Contenidos actitudinales

- 3.26. Reconocimiento de las funciones como herramientas matemáticas para modelar fenómenos de variación, como el movimiento rectilíneo uniforme, el tiro parabólico, el comportamiento de las mareas, el crecimiento de poblaciones, el decaimiento radiactivo o de sustancias activas en un organismo, el interés compuesto, la intensidad del sonido, la intensidad de un sismo
- 3.27. Apreciación del papel de la tecnología digital como una herramienta que favorece la visualización y exploración en problemas que involucran funciones, para interpretar y validar los resultados obtenidos
- 3.28. Valoración del trabajo colaborativo para promover actitudes como el respeto, la tolerancia y la comunicación de acuerdos en relación al análisis de resultados y la obtención de conclusiones

Unidad 4. Estadística para interpretar grandes cantidades de datos

Objetivo específico

El alumno:

- Procesará información proveniente de problemas ambientales, socioeconómicos y políticos, entre otros, para representar gráficamente su comportamiento usando conceptos de estadística descriptiva y aplicando tecnologías digitales. Desarrollará habilidades para describir, resumir, comparar y comunicar información con un lenguaje apropiado. Analizará representaciones gráficas provenientes de fuentes informativas, que ilustren el comportamiento de un fenómeno, para describirlo, interpretarlo, formarse una opinión crítica y en su caso, tomar decisiones.

Contenidos conceptuales

- 4.1 Población y muestra
 - a) Variables en el contexto de fenómenos de la naturaleza y la sociedad
 - b) Variables cualitativas: Nominales y ordinales
 - c) Variables cuantitativas: Discretas y continuas
- 4.2 Procesamiento de datos

- a) Datos sin agrupar: medidas de tendencia central, dispersión y posición
 - b) Datos agrupados: media y desviación estándar
 - c) Gráficos estadísticos para datos agrupados: histograma, polígono de frecuencias, ojiva
- 4.3 Datos bivariados: Diagrama de dispersión

Contenidos procedimentales

- 4.4 Distinción entre población y muestra en contextos reales
- 4.5 Distinción entre diferentes tipos de variables
- 4.6 Búsqueda, selección y procesamiento de información acerca de un fenómeno, en bases de datos confiables:
- a) para datos no agrupados: 1. Organización en tablas de frecuencias, 2. Determinación e interpretación de las medidas de tendencia central, dispersión y posición, 3. Elección y elaboración de la gráfica, incluyendo título, rótulos de ejes o sectores, unidades, escala, simbología, fuentes de consulta, 4. Descripción del comportamiento del fenómeno para plantear conclusiones
 - b) para datos agrupados: 1. Organización en tablas de frecuencias, 2. Determinación e interpretación de la media y la desviación estándar, 3. Elección y elaboración de la gráfica, incluyendo título, rótulos de ejes o sectores, unidades, escala, simbología, fuentes de consulta, 4. Descripción del comportamiento del fenómeno para plantear conclusiones
- 4.7 Descripción e interpretación de gráficas de diversas fuentes de información, identificando los elementos:
- a) Variables
 - b) Categorías, valor máximo, valor mínimo, frecuencias, rango, tendencias, en el caso de gráficas estadísticas
 - c) Escalas y unidades
 - d) Fuentes de información
 - e) La metodología utilizada para su elaboración

Contenidos actitudinales

- 4.8 Apreciación de la importancia de consultar fuentes confiables para el estudio de un fenómeno
- 4.9 Reconocimiento de la importancia de inferir información implícita en una gráfica a partir del análisis global
- 4.10 Adopción de una postura crítica ante la información de los medios de comunicación
- 4.11 Valoración de la utilidad de las herramientas digitales para el procesamiento de grandes volúmenes de datos

Unidad 5. Tema optativo

Objetivo específico

El alumno:

- Desarrollará habilidades de visualización, representación, abstracción y razonamiento través del estudio de alguno de los temas propuestos para ampliar su cultura matemática y profundizar en el conocimiento y aplicación de la temática seleccionada por el profesor.

Temas a elegir

- Sistema de coordenadas polares
- Vectores
- Recta de Euler
- Lugares geométricos y ecuaciones de las cónicas
- Álgebra de funciones
- Nociones básicas de muestreo
- Regresión lineal simple

V. Sugerencias de trabajo

A partir de la modelación de fenómenos y la resolución de problemas, que son los procesos integradores que guían el programa de Matemáticas V, se pretende que los estudiantes aprendan a plantear y explorar hipótesis, desarrollar habilidades de pensamiento, de comunicación matemática y de adquisición de nuevos conocimientos disciplinares y transversales.

Para ello, el profesor debe:

- diseñar actividades que se desarrollen en ambientes de trabajo colaborativos para favorecer el intercambio de opiniones y el fomento de los valores éticos,
- promover aprendizajes significativos en contextos reales, atractivos para los estudiantes, que aborden los temas relevantes de la época (la innovación tecnológica, el desarrollo económico con sustentabilidad, la alimentación, la salud, el ambiente, la energía, entre otros),
- motivar al estudiante para que valore las ventajas de representar un problema o fenómeno mediante un modelo para reducir su complejidad, visualizarlo y comprenderlo,
- adoptar estrategias que ubiquen al estudiante en el centro del proceso educativo, entre ellas: aprendizaje basado en investigaciones, en proyectos, en el análisis de casos o en problemas (incluyendo algunos con diferentes soluciones posibles),

- incorporar los ejes transversales que deben atenderse en todas las asignaturas, de acuerdo con lo establecido en el modelo educativo de la Escuela Nacional Preparatoria. Para quinto grado:
 - lectura y escritura de textos para aprender y pensar, con énfasis en la producción de ensayos o reseñas científicas,
 - desarrollo de habilidades para la investigación y la solución de problemas característicos del entorno actual, a través del análisis de información en textos de divulgación,
 - comprensión de textos en lenguas extranjeras, en los que se identifiquen las ideas principales en textos básicos de divulgación, para situaciones de estudio, trabajo o personales,
 - aprendizajes y construcción de conocimiento con tecnologías de la información y la comunicación, en los que se promueva el uso efectivo de estrategias de búsqueda avanzada de textos, gráficos o recursos multimedia,
 - adopción consciente y significativa de valores personales, en congruencia con la coyuntura de los desafíos y transformaciones del mundo actual,

En lo que se refiere al uso de herramientas digitales, en este curso debe promoverse que los estudiantes desarrollen habilidades de:

- búsqueda de información y recursos de apoyo, en fuentes confiables, respetando los derechos de autor mediante el uso de referencias y citas en un formato establecido (sistema APA). En este contexto la comprensión de otro(s) idioma(s) extiende las posibilidades de selección de recursos,
- manejo de software especializado, que les permita visualizar, experimentar y manipular diferentes representaciones, estáticas o dinámicas, de un objeto matemático (aritméticas, algebraicas, geométricas, tabulares) para formular y validar sus hipótesis. Por ejemplo, software de geometría dinámica, de cálculo simbólico, hojas de cálculo, graficadores, calculadoras, editores de ecuaciones (ver software sugerido en el apartado fuentes complementarias).
- uso de simuladores, para investigar un fenómeno al reproducirlo, observarlo en detalle, identificar los parámetros y variables que intervienen, así como las restricciones del modelo, plantear hipótesis, experimentar con sus valores para analizar los efectos que se producen y llegar a conclusiones,
- uso de herramientas digitales para el trabajo colaborativo, como las plataformas virtuales, los recursos compartidos en la nube, las redes sociales y otros,
- manejo de datos, que incluya su organización, análisis, representación gráfica, formulación de hipótesis, obtención e interpretación de resultados.

El programa de Matemáticas V se centra, como ya se ha dicho, en el desarrollo de habilidades de pensamiento (abstracción, razonamiento lógico, argumentación oral y escrita, elaboración e interpretación de representaciones simbólicas, entre otras). Para ello, se han elegido como contextos matemáticos el estudio de problemas y situaciones

que puedan resolverse usando herramientas de la geometría (euclidiana y analítica), las funciones y la estadística. Cabe hacer notar que, como se indica en cada unidad, el acercamiento a los contenidos es, en primer término, de carácter gráfico, atendiendo a las características y desarrollo de los estudiantes. Es importante señalar que, de manera complementaria al desarrollo de habilidades para la visualización se debe atender la comunicación en lenguaje natural. Es decir, además de aprender a analizar gráficas, los alumnos deben desarrollar habilidades para describirlas utilizando para ello un lenguaje preciso que enriquezca su vocabulario y la precisión para expresar sus ideas.

El uso de la historia de las matemáticas como recurso didáctico es altamente recomendable, pues permite apreciar la matemática como un extraordinario producto del pensamiento humano, ofrece la oportunidad de que los jóvenes valoren el contexto en el cual se desarrollan los contenidos matemáticos abordados en el programa y las aportaciones de quienes los estudiaron.

Otro aspecto que resaltar en el planteamiento del programa es la cuarta unidad. Esta unidad pretende reforzar la alfabetización estadística de los estudiantes, de manera que posean una base matemática que les permita evaluar la información que se les ofrece en los medios de comunicación para tomar decisiones como ciudadanos y como profesionistas. Por ello, se sugiere que, al abordarla, se utilice información tomada de todo tipo de fuentes (periódicos, revistas, redes sociales, televisión, entre otros), y se promueva su análisis, discusión y evaluación para decidir con argumentos objetivos la credibilidad que se le concede. Para la elaboración de gráficas se sugiere seleccionar ejemplos de diversas disciplinas, para que los estudiantes puedan identificar los elementos involucrados (variables, unidades, escalas) y la manera como se encuentra codificada la información, y decidan el tipo de gráfica conveniente.

Las habilidades anteriores permiten que los jóvenes interactúen con las matemáticas a través de la tecnología y descubran nuevas formas de acercarse a ellas. El docente decidirá la manera de implementarlas, dependiendo de la infraestructura y condiciones del entorno, por ejemplo, mediante actividades en clase y/o extra clase, visitas al centro de cómputo, etc.

VI. Sugerencias de evaluación del aprendizaje

El docente deberá contar con instrumentos que le permitan valorar los logros de los estudiantes, en los criterios que establezca, considerando aspectos cuantitativos y cualitativos, tanto en los productos finales como en los procesos para alcanzarlos.

Entre los instrumentos que se sugieren para realizar una evaluación completa de las actividades realizadas por los estudiantes están:

- Rúbrica: es una escala que mide las habilidades, desempeños y actitudes de los estudiantes mostrando los criterios que serán considerados en la evaluación así como los diferentes niveles de logro que se pueden alcanzar. Para los estudiantes ofrece un medio de autorregulación y autoevaluación, en tanto que para los docentes constituye un recurso de evaluación objetiva e imparcial.
- Lista de cotejo: es un instrumento estructurado que se caracteriza por aceptar sólo dos alternativas: sí o no; realizado o no realizado, aprobado o no aprobado, entre otros. Para el docente y los estudiantes representa un control general de actividades.
- Portafolios: reúne las evidencias de aprendizaje de los estudiantes (individuales o por equipo). Por ejemplo: ejercicios, mapas conceptuales o mentales, cuadros sinópticos, resúmenes, trabajos monográficos, videos, animaciones, resultado de los avances en torno a un proyecto de investigación, entre otros. Es recomendable el uso de una gama variada de tareas o trabajos, que permitan considerar los diversos estilos de aprendizaje de los estudiantes.
- Pruebas escritas, abiertas o cerradas.

VII. Fuentes Básicas

- Bello, I. (2009). *Álgebra Intermedia. Un enfoque del mundo real*. México: Mc Graw Hill.
- Alexander, C., y Koeberlein, M. (2013). *Geometría*. México: Cengage Learning.
- Ruiz, J. (2006). *Geometría Analítica*. México : Publicaciones Cultural.

VIII. Fuentes Complementarias

Bibliográficas

- Demana, D., Waits, B, et al. (2007). *Precálculo gráfico, numérico, algebraico*. México: Pearson Addison Wesley.
- Stewart, J., Redlin L. y Watson, S. (2012). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo*. México: Cengage Learning.
- Tan-Soo, T. (2014). *Matemáticas aplicadas a los negocios, las ciencias sociales y la vida*. México: Cengage Learning.
- Swokowski, W. y Cole A. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Cengage Learning.
- Zill, G. y Dewar, M. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México: Mc Graw Hill.
- Heeren, V. Hornsby, J. y Miller, C. (2006). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. México: Pearson.
- Larson,E. et al. (2000). *Algebra Intermedia*. México: Mc Graw Hill.

- Runde, A. (2013). *Algebra Intermedia*. México: Pearson.
- Velázquez V., et al. (2001). *El desarrollo de habilidades matemáticas en situación escolar*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Mochón, S. (2000). Cuadernos matemáticos para todos los niveles Vol. 9. Modelos matemáticos para todos los niveles. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Fernández, A. y Barbarán, J. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática*. Madrid: La Muralla.
- Paulos, E. (1996). *Un matemático lee el periódico*. Madrid: Tusquets.
- Stewart, I. (2011). *Las matemáticas de la vida*. Madrid: Crítica, Colección Drakontos.
- Sultan, A. y Artzt, A. (2011). *The Mathematics that every secondary school math teacher needs to know*. Londres: Routledge.
- SUMEM. Grupo de trabajo de Estándares. (2015). Estándares de Matemáticas para el Bachillerato de la UNAM. En <http://arquimedes.matem.unam.mx/estandares/>
- Skinner, S. (2007). *Geometría sagrada*. Madrid: Gaia Ediciones.

Electrónicas

Para alumnos

- Council for Economic Education. *Math in the real world*, consultado el 4 de octubre de 2015 en <http://councilforeconed.org/k-12-resources/>
- Next generation learning challenges y The Moody's Foundation. *Get the math*, consultado el 4 de octubre de 2015 en <http://www.thirteen.org/get-the-math/>
- [Universidad Nacional Autónoma de México. Red Universitaria de Aprendizaje \(RUA\)](http://rua.unam.mx), consultado el 4 de octubre en rua.unam.mx
- Wath. Know. Learn. *Math in the real world*, consultado el 4 de octubre de 2015 en <http://watchknowlearn.org/Category.aspx?CategoryID=4914>
- Utilizando datos gráficos y visuales en la ciencia. Egger, A. y Carpi A, <http://www.visionlearning.com/es/library/Proceso-de-la-Ciencia/49/Utilizando-Datos-Gr%C3%A1ficos-y-Visuales-en-la-Ciencia/156>, consultado del 30 de julio
- Coto, C. Visualización de los resultados experimentales. <http://www.quimicaviva.qb.fcen.uba.ar/contratapa/aprendiendo/capitulo11.htm> en *Revista Química Viva* Revista Electrónica del Depto. de Química Biológica, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Argentina. www.quimicaviva.qb.fcen.uba.ar

Para profesores

- Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas, consultado el 4 de octubre de 2015 en <http://www.divulgamat.net>

Homeschool Math. *Online math resources for math in real world*, consultado el 4 de octubre de 2015 en http://www.homeschoolmath.net/online/real_life_math.php

Mathigon. Panorama. *Applications of Mathematics*, consultado el 4 de octubre de 2015 en http://mathigon.org/mathigon_org/panorama/#

Moody's Mega Math Challenge, Math modeling, getting started and getting solutions, consultado el 4 de octubre de 2015 <http://m3challenge.siam.org/sites/default/files/uploads/siam-guidebook-final-press.pdf>

National Council of Teachers of Mathematics. *Real World Math*, consultado el 4 de octubre de 2015 en <http://www.nctm.org/publications/worlds/default.aspx>

TED Ed. *Mathematics*, consultado el 4 de octubre de 2015 en <http://ed.ted.com/lessons?category=mathematics>

University of Waterloo. *The Centre for Education in Mathematics and Computing*, consultado el 4 de octubre de 2015 en <http://www.cemc.uwaterloo.ca/resources/real-world.html>

NASA Search educational resources, consultado el 15 de febrero de 2016, en <https://www.nasa.gov/education/resources/#.VsFw7E8-r-s>

Competencia de argumentación en la interpretación de gráficas funcionales, consultado el 4 de agosto de 2016. https://www.researchgate.net/publication/271194513_competencia_de_argumentacion_en_la_interpretacion_de_graficas_funcionales_the_argumentation_competence_in_functional_graph_interpretation

Educ.ar ¿Cómo hacer e interpretar pirámides de población? , consultado el 4 de agosto de 2016 http://www.educ.ar/dinamico/UnidadHtml_get_7c02fdf5-b548-45d3-9b7e-4aad848491ae/91686/data/4a0dba4d-7a08-11e1-82fa-ed15e3c494af/index1.htm

Kendall Hunt Publishing. High School Math resources. Discovering Algebra Resources, consultado el 4 de agosto de 2016. <http://math.kendallhunt.com/x19578.html>

Kendall Hunt Publishing. High School Math resources. Discovering Algebra Resources, consultado el 4 de agosto de 2016. <http://math.kendallhunt.com/x19820.html>

Teaching quantitative skills in the Geosciences, consultado el 4 de agosto de 2016. <http://serc.carleton.edu/quantskills/methods/quantlit/basicgraph.html>

The Math Forum. National Council of Teachers of Mathematics, consultado el 4 de agosto de 2016. http://mathforum.org/library/selected_sites/collection_geometry.html

Stevens Institute of technology. The Center for Innovation in Engineering and Science Education, consultado el 4 de agosto de 2016. <http://www.k12science.org/materials/k12/>

Lesson plans. Wolfram Alpha, consultado el 4 de agosto de 2016. <http://www.wolframalpha.com/educators/lessonplans.html>

PBS Learning media. Lesson plans, , consultado el 4 de agosto de 2016. http://www.pbslearningmedia.org/search/?q=&selected_facets=grades_exact%3A9&selected_facets=grades_exact%3A10&selected_facets=grades_exact%3A11&selected_facets=grades_exact%3A12&selected_facets=supplemental_curriculum_hierarchy_nodes%3A1184&selected_facets=media_type_exact%3ADocument

Teacher package: Mathematical modelling. Plus magazine, consultado el 4 de agosto de 2016. <https://plus.maths.org/content/teacher-package-mathematical-modelling#explicit>

Problems, consultado el 4 de agosto de 2016. <http://www.mathmodels.org/problems.html>

Consortium for Mathematics and its applications, consultado el 4 de agosto de 2016. <http://www.comap.com/>

Activities for the classroom. NASA Science, consultado el 4 de agosto de 2016. <http://spaceplace.nasa.gov/classroom-activities/sp/>

Robert Kaplinsky, consultado el 4 de agosto de 2016. <http://robertkaplinsky.com/lessons/>

Moody's Mega Math Challenge. Resources. Past problems, consultado el 4 de agosto de 2016. <https://m3challenge.siam.org/resources/sample-problems>

De Torres, M. Modelos matemáticos en las ciencias, consultado el 4 de agosto de 2016. <http://editorialuniversitariaeduco.blogspot.mx/2015/08/libro-sobre-modelos-matematicos.html>

Hemerográficas

¿Cómo ves? [en línea]. México: UNAM, Dirección General de Divulgación de la Ciencia. Disponible en: www.comoves.unam.mx

Revista Digital Universitaria [en línea]. México: UNAM, Dirección General de Cómputo y de Tecnologías de la Información. Disponible en: www.revista.unam.mx

Revista Ciencia [en línea]. México: Asociación Mexicana de Ciencias. Disponible en: http://www.revistaciencia.amc.edu.mx/index.php?option=com_content&id=221&Itemid=100011

Mathematics Teacher [en línea]. Estados Unidos: National Council of Teachers of Mathematics <https://www.jstor.org/journal/mathteacher> o <http://link.springer.com/journal/10857>

Software sugerido

- Geometría dinámica: GeoGebra (geogebra.org), The Geometer's Sketchpad, Cabri
- Hojas de cálculo: Excel online (office.live.com) o similares
- WolframAlpha (wolframalpha.com)
- Software matemático: Descartes (arquimedes.matem.unam.mx)

- Edición de ecuaciones: MathType, LaTeX, editor de ecuaciones Word
- Recursos y herramientas: Geogebra (tube.geogebra.org), Khan Academy (es.khanacademy.org)